

VŠB – Technická Univerzita Ostrava  
Fakulta strojní  
Katedra mechaniky



Modelování a simulace dynamických dějů 4-  
osého zvedacího mechanismu

Modelling and Simulation of Dynamic  
Processes of 4-axis Lifting Mechanism

Student:

Petr Gál

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Jan Szweda, PhD.

Ostrava 2010



## Zadání bakalářské práce

Student: **Petr Gál**  
Studijní program: **B2341 Strojírenství**  
Studijní obor: **3901R003 Aplikovaná mechanika**  
Téma: **Modelování a simulace dynamických dějů 4-osého  
zvedacího mechanismu**  
*Modelling and Simulation of Dynamic Processes of 4-axis  
Lifting Mechanism*

### Zásady pro vypracování:

1. Popis konstrukce a způsobů užití analyzovaného mechanismu
2. Kinematická analýza a studie podílu setrvačných a tíhových sil na provozní zatěžovací účinky mechanismu
3. Zjištění modálních vlastností pro několik poloh mechanismu
4. Analytická studie dynamiky přechodového děje mechanismu

### Seznam doporučené odborné literatury:

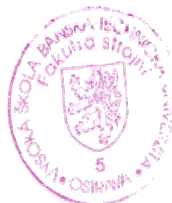
1. ANSYS, Inc. *ANSYS Release 11 Documentation*. SAP IP, Inc., 2007. V elektronické podobě dostupné jako součást instalace programu ANSYS 11.
2. BRÁT, V. *Maticové metody v analýze a syntéze prostorových vázaných mechanických systémů*. Praha : Academia, 1981. 212 s.
3. COOK, R. D. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*. 1st edition. New York : Wiley & Sons, 1995. 320 s. ISBN 0-471-10774-3.
4. JULIŠ, K., BREPTA, R. a kol. *Mechanika II. díl : Dynamika*. Praha : SNTL, 1987. 688 s.
5. KOLÁŘ, V., NĚMEC, I., KANICKÝ, V. *FEM : Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. vyd. Praha : Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Jan Szweda, Ph.D.**

Datum zadání: 02.12.2009

Datum odevzdání: 21.05.2010



  
doc. Ing. Jiří Podešva, Ph.D.  
vedoucí katedry

  
prof. Ing. Radim Farana, CSc.  
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny podklady a literaturu.

V Ostravě: 21. 5. 2010

.....  
podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- беру на вѣдомі, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího bakalářské práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užití dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požádat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- беру на вѣдомі, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě: 21. 5. 2010

.....  
podpis

Jméno a příjmení autora práce: Petr Gál

Adresa trvalého pobytu autora práce: Zahradní 2221, 688 01 Uherský Brod

## ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Gál, P. *Modelování a simulace dynamických dějů 4-osého zvedacího mechanismu : bakalářská práce*. Ostrava : VŠB – Technická universita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra mechaniky, 2010, 39 s. Vedoucí práce: Szweda, J.

Bakalářská práce se zabývá dynamickou analýzou čtyř-osého zvedacího mechanismu. V první části je mechanismus kinematicky analyzován. Modální analýza je provedena pomocí metody konečných prvků v programu Ansys. K nadefinování okrajových podmínek byla využita kinematická analýza. Modální analýza byla provedena pro několik poloh mechanismu. V mechanismu se nachází nelineární vazba, která musela být nahrazena. Nahrazena byla pomocí funkce coupling. Jeho použitím docházelo při výpočtech k výskytu vlastních tvarů, které u skutečného mechanismu nenastanou. Pro odstranění těchto tvarů, byly sestaveny další modely, za účelem nalézt posloupnost deseti vlastních tvarů blížících se co nejvíce skutečným. V dalším výpočtu byl mechanismus analyzován v přechodovém stavu. Byl charakterizován jako havarijní zastavení. Cílem výpočtu bylo zjistit rozkmit lavic při havarijním zastavení.

## ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

Gál, P. *The Modelling and Simulation of Dynamic Processes of 4-axis Lifting Mechanism : Bachelor Thesis*. Ostrava : VŠB – Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical engineering, Department of Mechanics, 2010, 39. Thesis head: Szweda, J.

The bachelor's thesis deals with dynamic analysis of four-axis lifting mechanism. In the first section of the thesis the mechanism is subjected to cinematic analysis. Mode analysis is executed by means of Ansys program, using finite element method. Cinematic analysis was used to define boundary conditions. Modal analysis was executed in order to define particular positions of mechanism. The non-linear bond found in the mechanism had to be substituted by means of coupling function. The use of this function induced the emergence of eigenforms which may never occur in actual mechanism. In order to eliminate these eigenforms additional models were established. The aim of these models was to find a sequence of ten eigenforms as similar to actual forms as possible. In a subsequent calculation the mechanism was analyzed in transition state, characterized as emergency shut-down. The aim of the calculation was to determine the angle of oscillation of the head bars in emergency shut-down.

**OBSAH:**

|  |    |
|--|----|
| ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE.....  | 6  |
| ANNOTATION OF BACHELOR THESIS .....  | 6  |
| Seznam použitého značení.....  | 7  |
| 1 Úvod.....  | 8  |
| 2 Popis konstrukce a způsobů užití analyzovaného mechanismu .....  | 9  |
| 2.1 Popis sloupů.....  | 9  |
| 2.2 Popis lavic.....   | 9  |
| 2.3 Princip činnosti pohonného systému Serapid .....   | 9  |
| 2.4 Princip činnosti pohonného systému Spiralift .....   | 11 |
| 3 Kinematická analýza a studie podílu setrvačných a tíhových sil na provozní<br>zatěžovací účinky mechanismu ..... | 13 |
| 3.1 Kinematická analýza.....   | 13 |
| 3.1.1 Kinematická analýza kombinované rolny.....   | 13 |
| 3.1.2 Kinematická analýza pohonného systému serapid .....  | 14 |
| 3.1.3 Kinematická analýza pohonného systému spiralift .....  | 15 |
| 3.2 Studie podílu setrvačných a tíhových sil na provozní zatěžovací účinky.....                                    | 15 |
| 4 Zjištění modálních vlastností pro několik poloh mechanismu .....   | 18 |
| 4.1 Využití modální analýzy .....  | 18 |
| 4.2 Konečno prvkový model.....   | 18 |
| 4.3 Výsledky modální analýzy.....  | 20 |
| 4.3.1 Zatížené lavice ve stejné poloze .....   | 20 |
| 4.3.2 Zatížené lavice v různé poloze.....  | 23 |
| 4.3.3 Porovnání výsledků výpočtů.....  | 25 |
| 5 Analytická studie dynamiky přechodového děje mechanismu.....   | 26 |
| 5.1 Početní řešení přechodového děje.....  | 29 |
| 5.1.1 Výpočet statické deformace lavic .....   | 29 |
| 5.1.2 Pohybová rovnice .....   | 30 |
| 6 Závěr .....  | 32 |
| 7 Použitá literatura .....   | 33 |
| 8 Přílohy.....   | 34 |
| 8.1 Vlastní tvary mechanismu pro stejné polohy lavic se zatížením.....   | 34 |

## Seznam použitého značení

| Označení       | Jednotka                            | Popis                            |
|----------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| E              | MPa                                 | Modul pružnosti materiálu v tahu |
| A              | m                                   | Integrační konstanta             |
| B              | m                                   | Integrační konstanta             |
| C              | m                                   | Amplituda                        |
| D              | $\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ | Setrvačná síla                   |
| $F_d$          | N                                   | Direkční síla                    |
| $F_b$          | N                                   | Tlumící síla                     |
| T              | s                                   | Perioda                          |
| F              | N                                   | Síla                             |
| b              | kg/s                                | Koeficient tlumení               |
| m              | kg                                  | Hmotnost                         |
| k              | N/m                                 | Tuhost                           |
| $v, v_0$       | m/s                                 | Rychlost                         |
| f              | Hz                                  | Frekvence                        |
| $t, t_0$       | s                                   | Čas                              |
| $\mu$          | -                                   | Poissonova konstanta             |
| $\Omega$       | $\text{s}^{-1}$                     | Kruhová frekvence                |
| $\Omega_0$     | $\text{s}^{-1}$                     | Vlastní kruhová frekvence        |
| $\delta$       | $\text{s}^{-1}$                     | Konstanta doznívání              |
| $\ddot{x} = a$ | $\text{m}/\text{s}^2$               | Zrychlení                        |

# 1 Úvod

Předmětem práce je dynamická analýza čtyřosého lineárního testeru. Bude provedena kinematická analýza členů mechanismu a následně bude sestaven model, kde budou nadefinovány okrajové podmínky na základě kinematického popisu. Výpočtový model bude vytvořen pro několik poloh mechanismu. Poslouží především pro výpočet modální analýzy, a taky pro určení statického průhybu pod zatížením. V další části bude provedena analytická studie dynamiky přechodového děje. Přechodový děj bude řešen pro nejnepříznivější stav mechanismu.

Kinematický popis bude proveden pro kombinovanou rolnu, pohonné systémy spirallift a serapid. Popis poslouží při tvorbě modelu pro určení okrajových podmínek. Modální analýza bude provedena pro několik poloh mechanismu, pomocí metody konečných prvků v programu ANSYS. Modální analýza bude použita ke studii vlivu tíhových a setrvačných sil. Vzhledem k výskytu nelineární vazby, musí být nalezena optimální metoda pro její nahrazení. Při tvorbě modelu bude nelineární vazba nahrazena vazbovou rovnicí pomocí funkce coupling. Z důvodu linearizace modelu, musí být sestaveno několik modelů, aby se ve výsledcích nevyskytovaly tvary, které u skutečného mechanismu nenastanou. Ze sestavených modelů bude poskládána posloupnost deseti vlastních tvarů, blížících se co nejvíce reálným tvarům.

Dále bude mechanismus analyzován v přechodovém stavu při havarijním zastavení, kdy dochází k rozkmitu lavic vlivem jejich zastavení z ustálené rychlosti. Účelem této analýzy je zjistit amplitudu kmitání pro nejméně příznivý stav. Bude provedena statická analýza metodou konečných prvků, pro určení průhybu lavic se započítáním vlastní tíhy a tíhy zatížení.

Realizované numerické simulace, a analýza získaných výsledků jsou prováděny za účelem zjištění dynamických vlastností mechanismu, a sestavení posloupnosti deseti vlastních tvarů blížících se co nejvíce skutečným tvarům a také pro zjištění první ohybové frekvence lavice. Cílem analýzy v přechodovém ději je, aby nedocházelo k nadměrné amplitudě při tomhle ději.



## 2 Popis konstrukce a způsobů užití analyzovaného mechanismu

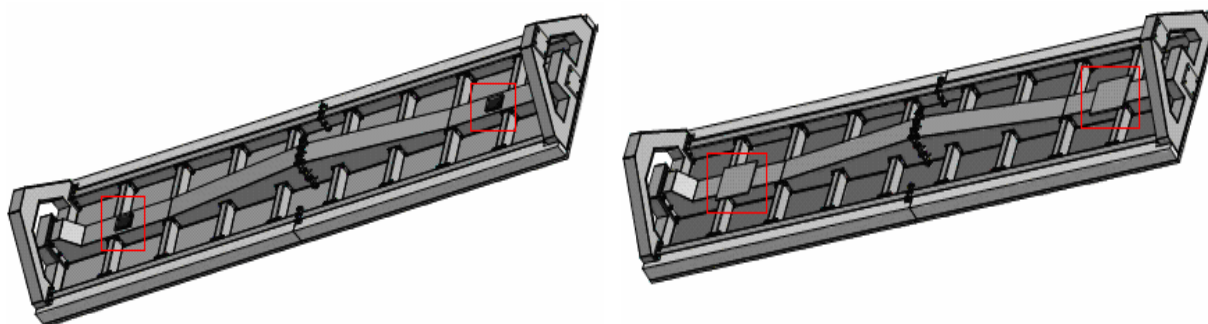
Analyzovaná konstrukce se skládá ze dvou sloupů, dvou lavic a pohonných systémů lavic Spiralift a Serapid. Pro každou lavici dva samostatné pohony. Z pohledu počítačového modelování jsou další významnou částí mechanismu kombinované rolny s kolejniciemi.

### 2.1 Popis sloupů

Sloupy, které slouží jako vedení lavic ve vertikálním směru, jsou tvořeny příhradovou konstrukcí, která je svařena z obdélníkových průřezů. Součástí sloupů jsou kolejnice ve kterých jsou uloženy kombinované rolny, zajišťující pohyb ve vertikálním směru. Rolna se skládá ze dvou ložisek, axiálního a radiálního. Rolna se k lavicím navazuje pomocí navařovacího čepu.

### 2.2 Popis lavic

Lavice jsou svařeny z ocelových plechů v kombinaci s tenkostěnnými profily obdélníkového průřezu. Na vrchní části lavic jsou umístěny desky ze dřeva. Obě lavice jsou téměř stejné, ale liší se v připojovacích deskách pohonných systémů. Rozdíl je zobrazen na obr. 1. Vlevo je zobrazena lavice Serapidu, vpravo lavice Spiraliftu.



Obrázek 1 Plošiny

### 2.3 Princip činnosti pohonného systému Serapid

Mechanický princip spočívá v pohybu speciálního řetězu z vodorovné polohy do jeho svislé pracovní polohy za účelem zvedání zátěže. Řetěz je poháněn 2 nebo 4 dvojítymi pastorky uloženými ve skříni pohonu. Skříň slouží taky jako převod řetězu z vodorovné do svislé polohy, a slouží ještě k zamykání článků řetězu. Řetězový systém není samodržný a

vyžaduje brzdový systém k zajištění polohy. Řetěz dokáže vyvinout dynamickou tahovou sílu a excentrické zatížení lavice nemá vliv na stabilitu systému během provozu.

- 1) Rotace dvou pastorků pohání řetěz směrem nahoru přes řadu válečků.
- 2) Vodící válečky řetězu jdou proti zahnutému vedení a pak podél svislého vedení.
- 3) Pastorky vytvářejí blokovací moment, mezi pohonem válečků a vedením válečků na svislém vedení, který vede ke spojení článků, jež tvoří tuhý sloup.
- 4) Pevné spojení článků kolmé na řetěz udržuje celý sloup ve svislé poloze.



Obrázek 2 pohon Serapid

Aplikace pohonu Serapid je vhodná do divadel a koncertních sálů.

Mezi jeho výhody patří:

- **Nízká hlučnost:** 45 dBA při rychlosti 50 mm/s.
- **Přesnost:** Spojení článků s přesností v řádu setin mm, díky vysoce přesné výrobní technologii vyvinuté pro automobilový průmysl. Zaručuje přesnost polohy v řádu milimetrů.
- **Rychlost:** Až 200 mm/s (doporučená normální provozní rychlost, ale možné jsou i vyšší rychlosti).
- **Snadná údržba:** V dobře udržovaném divadelním prostředí je nutné pouze mazání.

- **Spolehlivost:** Neomylnost soukolí pastorek/řetěz. Systém obsahuje minimální počet pomalu se pohybujících dílů.

**Bezpečnost:** Řetěz je schopen navíc k dynamickému pohonu uplatňovat tah, zaručuje pohyb bez ohledu na flexibilitu a umístění zátěže na plošině. V případě náhodného nárazu, kvalita použitých materiálů a jejich konstrukce chrání proti narušení součástí. Za normálních podmínek použitý řetěz nemůže být uvolněn.

## 2.4 Princip činnosti pohonného systému Spiralift

Spiralift je lineární pohon, který pomocí dvou pásů z nerezavějící oceli vytváří pevný zdvihací sloup. Vertikální pás je uložen v obvodové části zařízení a horizontální pás je uložen o něco níže. Vertikální pás má po obvodu díry a je pokládán na vodorovný pás, který má ozubení a koná rotační pohyb. Horizontální pás se vysouvá pomocí řady vaček uspořádaných ve šroubovici. Vertikální pás je potom tlačén přes horizontální. Zařízení pak mechanicky proplétá oba pásy a vytváří tuhý sloup z nerezové oceli. Tento sloup je vysouván rotačním pohybem vaček ve spirále.



Obrázek 3 pohon Spiralift

Výhody:

- Stabilita sloupu ve všech osách v libovolném směru.
- Vysoká rychlost vysouvání sloupu díky velkému stoupání šroubovice 108 mm/otáčku.

- Nízká hlučnost - mohou být použity v průběhu představení.
- Velká pracovní vzdálenost až 7,5 m.
- Hladký rotační pohyb a tichý provoz.
- Snadná manipulace a instalace.
- Velká statická kapacita až 8790 daN. (1daN=10N)
- Velmi kompaktní design: 0,661 m vysoké zařízení obsahuje až 6m pracovní výšky.
- Vysoká účinnost až 78%.
- Nízké opotřebení a snadná údržba obvykle 1/rok.
- Nekoroduje díky ušlechtilé oceli.

### 3 Kinematická analýza a studie podílu setrvačných a tíhových sil na provozní zatěžovací účinky mechanismu

#### 3.1 Kinematická analýza

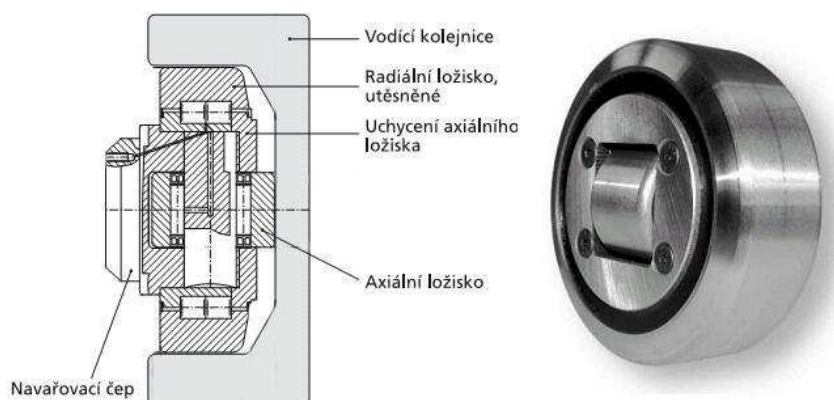
Mechanickou soustavu, která obsahuje alespoň jeden prvek, jehož charakteristika je popsána nelineární závislostí silových a kinematických (deformačních) veličin, nazýváme soustavou nelineární. Každá mechanická soustava je ve své podstatě nelineární, ve většině případů můžeme však s přesností dostatečnou pro technickou praxi nahradit nelineární charakteristiky jednotlivých prvků lineárními závislostmi.

Obsahuje-li však soustava prvek s výraznějšími nelineárními vlastnostmi, nepostačuje lineární teorie k popisu všech jevů, které se při kmitání takové soustavy objevují. Jevy typické pro nelineární soustavy jsou např. závislost vlastní frekvence a koeficientu tlumení na amplitudě kmitání, víceznačnost řešení a přechody kmitajícího systému z jednoho pohybového stavu do druhého.

Předchozí kapitola popisuje složení mechanismu. Nachází se v něm kombinovaná rolna, pohonné systémy serapid a spirallift. Tyhle tři části budou kinematicky popsány, za účelem provedení numerických simulací v dalších kapitolách.

##### 3.1.1 Kinematická analýza kombinované rolny

Kombinovaná rolna slouží k zajištění vertikálního pohybu lavic. Je složena z axiálního a radiálního ložiska. Celá soustava je zobrazena na obr. 4.



Obrázek 4 kombinovaná rolna

Kombinovaná rolna se řadí mezi nelineární vazby. Opírá se radiálním ložiskem o kolejnici, tím zamezuje v posuvu lavic v příčném směru. Axiální ložisko se taktéž opírá o kolejnici, v tomhle případě ložisko může přenést tlakovou sílu, ale nedokáže přenést tahovou sílu. Při numerických simulacích musela být tato skutečnost vhodně zohledněna, tj. nahrazena lineární vazbou.

Jednou z možností nahrazení bylo použití pružiny o tuhosti  $k$ . Tohle řešení ovšem není úplně ideální z důvodu, že pružina přenáší tahovou sílu. Docházelo by při výpočtech modální analýzy, provedené pomocí metody konečných prvků, ke vzniku tvarů, které u skutečného mechanismu nenastanou.

Další možností nahrazení bylo použití vazby stupňů volnosti uzlů, tzv. couplingu. Obecně je definován jako volné vázání uzlů, tzn. že svázaným uzlům jsou předepsány stejné hodnoty svázaných stupňů volnosti. Tahle metoda byla při linearizaci modelu použita. V místě nahrazení vrchní rolny byly nadefinovány stejné posuvy v příčném i podélném směru. Na spodní části byly nadefinovány posuvy pouze v příčném směru. Když bude docházet k ohybu sloupu v podélném směru, tak se sloup bude opírat pouze o vrchní rolnu. To znamená, že většímu tlakovému zatížení bude vystavena vrchní rolna. Při výpočtech modální analýzy docházelo ke vzniku tvarů, které u skutečného mechanismu nenastanou. Tyhle tvary vznikly na základě použití couplingu, jehož nadefinování bylo v textu popsáno výše. Při nadefinování couplingu v podélném směru u vrchní rolny vznikaly tvary, kde docházelo k přenosu tahové síly, takové tvary u skutečného mechanismu nevzniknou. Pro odstranění nereálných tvarů byly sestaveny další modely, kombinující coupling v podélném směru na obou lavicích na stejné straně (coupling rovnoběžně). Další variantou bylo nastavení coupling do kříže, tzn. že na jedné lavici byl z jedné strany coupling nastaven v podélném i příčném směru, a z druhé strany pouze v příčném. Tohle bylo nastaveno na druhé lavici stejně, ale tak, aby byl nadefinován v podélném směru do kříže. Tyhle modely byly sestaveny za účelem vytvoření vlastních tvarů blížících se co nejvíce skutečným tvarům mechanismu, uvedených v tab.2.

### 3.1.2 Kinematická analýza pohonného systému serapid

Princip činnosti tohoto systému je popsán v kap. 2.3., přičemž samotný systém je zobrazen na obr.2. Řetěz je pevně spojen s lavicí pomocí spojovací desky. Je dostatečně tuhý, díky jeho stavbě, a umožňuje pouze malé naklonění. I když řetězový systém není samodržný, tak obsahuje brzdový systém pro zajištění polohy. Tím pádem nedochází k posunu řetězu a změně jeho polohy ve svislém směru. Vzhledem k jeho tuhosti

nedochází k prohnutí ve svislém směru při reakci na rychlou změnu pohybu. Takže jeho podélná tuhost je velmi vysoká a tlumící účinky malé.

### 3.1.3 Kinematická analýza pohonného systému spirallift

Popis tohoto systému byl popsán v kap. 2.4., a samotný systém je zobrazen na obr.3. Sloup, který je vytvořen složením dvou plechových pásů. Má dobrou tuhost a stabilitu ve všech osách, umožňuje pouze malé naklonění. Tím, že je sloup mechanicky uzamykatelný, nedochází po jeho zastavení ke změně polohy ve svislém směru. Je pevně spojen s lavicí pomocí připojovací desky. Tím že je sloup velmi tuhý jsou jeho tlumící účinky malé.

## 3.2 Studie podílu setrvačných a tíhových sil na provozní zatěžovací účinky

Setrvačnou sílu zavedl jako první Jean Le Rond d'Alembert. Provedl to, že v pohybové rovnici zavedl substituci která se rovná součinu hmotnosti a zrychlení. Označil ji jako  $D$ . Tahle doplňková síla (někdy označovaná jako setrvačná, dynamická, d'Alembertova) má opačný směr než zrychlení. Setrvačná síla není skutečná, jedná se o fiktivní sílu.

Bývá někdy interpretována jako odpor hmoty proti urychlování.[6].

Tíhová síla je dána součinem hmotnosti a gravitačního zrychlení (v našich podmínkách má gravitační zrychlení velikost  $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ). Když chceme zvednout těleso o hmotnosti  $m$  do určité výšky, musíme překonat gravitační sílu.

Studie byla provedena pomocí výpočtu modální analýzy. Byla provedena metodou konečných prvků v programu Ansys. Výpočet byl proveden pro stejnou polohu lavic bez zatížení, se zatížením 1000 kg a s předpětím při zatížení 1000 kg. Výsledky jsou uvedené v tab.1. Tvorba modelu je popsána v kap. 4.2. Předepjatého stavu bylo dosaženo aplikací tíhového zrychlení.

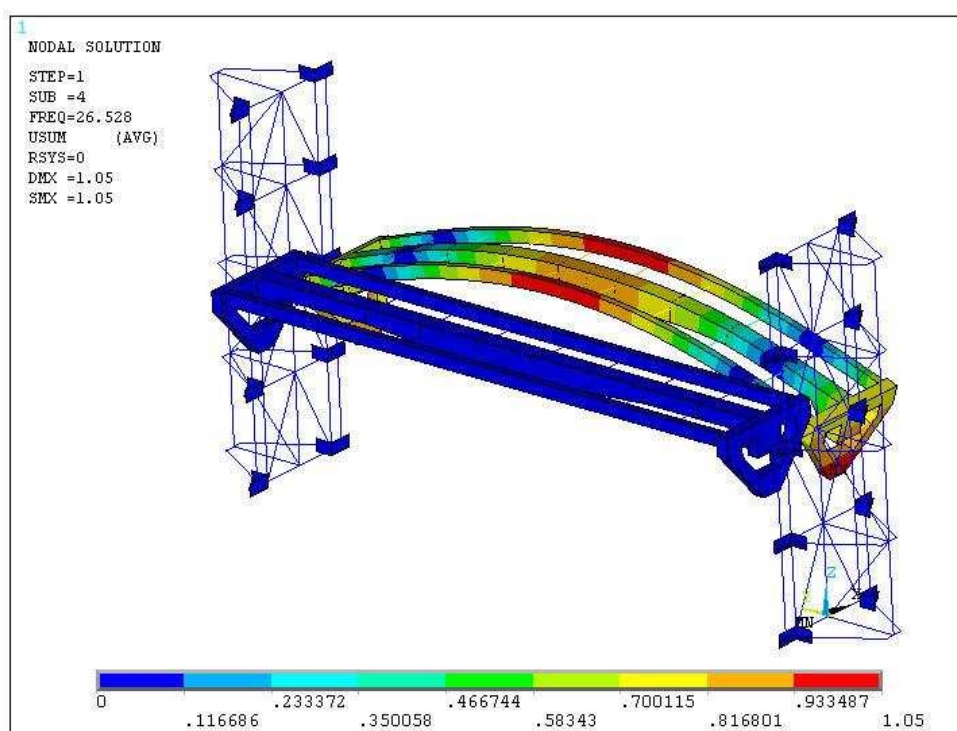
| Číslo tvaru | Zatížené lavice |                             | Zatížené lavice s předpětím |                             | Nezatížené lavice |                                      |
|-------------|-----------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-------------------|--------------------------------------|
|             | Frekvence [Hz]  | Popis                       | Frekvence [Hz]              | Popis                       | Frekvence [Hz]    | Popis                                |
| 1.          | 7,232           | torze sloupů společně       | 7.2296                      | torze sloupů společně       | 11.715            | torze sloupů společně                |
| 2.          | 7,684           | torze lavic společně        | 7.6809                      | torze lavic společně        | 18.976            | ohyb sloupů společně                 |
| 3.          | 8,842           | torze lavic proti sobě      | 8.8376                      | torze lavic proti sobě      | 23.444            | ohyb sloupů společně ,torze lavic    |
| 4.          | 10,715          | ohyb lavice serapid         | 10.711                      | ohyb lavice serapid         | 26.528            | ohyb lavice serapid                  |
| 5.          | 11,732          | ohyb sloupů společně        | 11.727                      | ohyb sloupů společně        | 27.414            | ohyb lavice spiralift                |
| 6.          | 12,349          | ohyb lavice spiralift       | 12.345                      | ohyb lavice spiralift       | 28.653            | ohyb sloupů proti sobě, torze lavic  |
| 7.          | 26,72           | ohyb sloupu na pravé straně | 26.717                      | ohyb sloupu na pravé straně | 39.060            | torze sloupů proti sobě              |
| 8.          | 28,538          | ohyb sloupu na levé straně  | 28.534                      | ohyb sloupu na levé straně  | 44.050            | ohyb sloupů proti sobě               |
| 9.          | 34,381          | torze sloupů proti sobě     | 34.342                      | torze sloupů proti sobě     | 44.616            | zvlnění lavice spiralift             |
| 10.         | 34,787          | torze sloupů proti sobě     | 34.754                      | torze sloupů proti sobě     | 45.297            | torze sloupů společně, zvlnění lavic |
| 11.         | 39,064          | torze sloupů proti sobě     | 39.062                      | torze sloupů proti sobě     | 47.276            | zvlnění lavice serapid               |
| 12.         | 43,665          | ohyb sloupů proti sobě      | 43.662                      | ohyb sloupů proti sobě      | 47.867            | torze lavic proti sobě               |
| 13.         | 45,366          | zvlnění lavice spiralift    | 45.366                      | zvlnění lavice spiralift    | 49.252            | torze lavic společně                 |
| 14.         | 47,732          | zvlnění lavice serapid      | 47.730                      | zvlnění lavice serapid      | 57.617            | torze lavic proti sobě               |
| 15.         | 48,62           | torze lavic proti sobě      | 48.633                      | torze lavic proti sobě      | 58.322            | ohyb sloupů společně                 |



**Tabulka 1 Výsledky zatížených a nezatížených lavic**

Z výsledků v tabulce je vidět, že rozdíly ve frekvenci pro zatížený stav a předepjatý zatížený stav jsou v setinách. Z toho lze usuzovat, že účinky statického předpětí nemají vliv na dynamické vlastnosti a chování mechanismu.

Při porovnání zatíženého a nezatíženého stavu je vidět, že rozdíly ve frekvenci se značně liší. Při aplikaci hmoty, se frekvence zmenšuje. Je to dáno tím, že vlastní kruhová frekvence se vypočítá jako poměr tuhosti ku hmotnosti. Z toho vyplývá že, pokud se bude hmotnost zvětšovat, vlastní kruhová frekvence se bude zmenšovat. Z vlastní kruhové frekvence se pak zjistí vlastní frekvence se kterou mechanismus kmitá. Mechanismus při zatížení kmitá s menší frekvencí než bez zátěže. Z toho vyplývá, že setrvačnost zatěžujícího břemene má na chování mechanismu nezanedbatelný vliv.

**Obrázek 5 Čtvrtý ohybový tvar nezatížených lavic**

Čtvrtý tvar je ohybový. Dochází k ohybu lavice serapid. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí cca. 26,5Hz.

## 4 Zjištění modálních vlastností pro několik poloh mechanismu

### 4.1 Využití modální analýzy

Modální analýza je částí dynamiky a má velký význam například v technické diagnostice. Tahle metoda a určené výsledné modální vlastnosti systému umožňují získat úplný dynamický popis konstrukce. Problémy spojené s nadměrným hlukem nebo mechanickým chvěním v technické praxi jsou způsobeny vlastnostmi samotného systému. Tyhle vlastnosti nazýváme modálními, vypočítávají se a následně vyhodnocují v rámci zkoušek modální analýzy. Díky těmto parametrům dokážeme určit výsledné vlastnosti systému.

Výsledné parametry modální analýzy jsou:

- vlastní frekvence soustavy
- vlastní tvary kmitů

S pomocí získaných vlastních frekvencí je možno určit nebezpečné provozní stavy, ve kterých nesmí zařízení pracovat. To znamená že nesmí dojít ke shodě vlastních frekvencí a frekvencí budících sil. Tato shoda by vedla k rezonanci a k nadměrným amplitudám kmitání. Slouží i k získání matematického modelu součásti, kterou chceme začlenit do složitější struktury a tím zamezit případným kolizím výsledného systému. Za pomocí výsledných vlastních tvarů kmitů řešeného systému je možno určit místa s maximální výchylkou buzené soustavy a navrhnout modifikace, např.: úprava geometrie nebo přidání přídavných prvků.

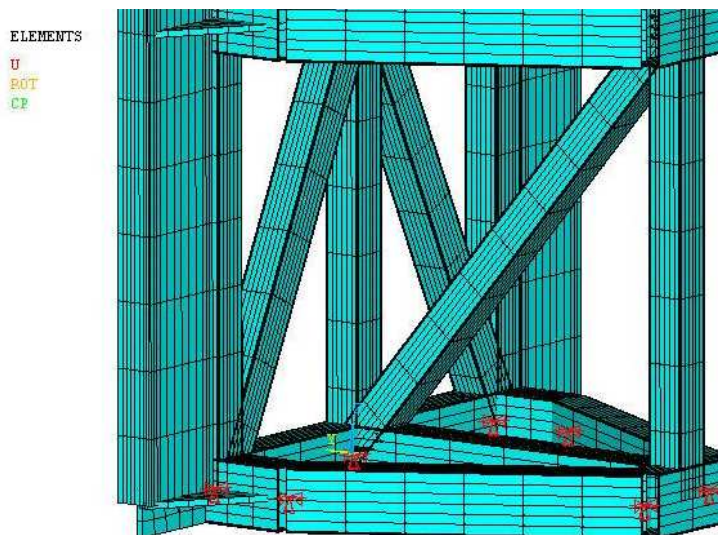
### 4.2 Konečno prvkový model

Modální analýza byla provedena v programu ANSYS 11. Pro nosníkové prvky byl využit 3-D prvek Beam 188, dvou-uzlová varianta se šesti stupni volnosti v každém uzlu [1]. Pro konzoly kolejnic a spojovací či vyztužovací desky byl využit 3-D prvek Shell 93. Je definován osmi uzly se šesti stupni volnosti v každém uzlu [1]. Pro vytvoření zatížení formou přidané soustředěné hmotnosti byl využit prvek Mass 21. Je definován jediným uzlem se šesti stupni volnosti a to posuvem v osách  $x$ ,  $y$  a  $z$  a rotacemi okolo os  $x$ ,  $y$  a  $z$  [1].

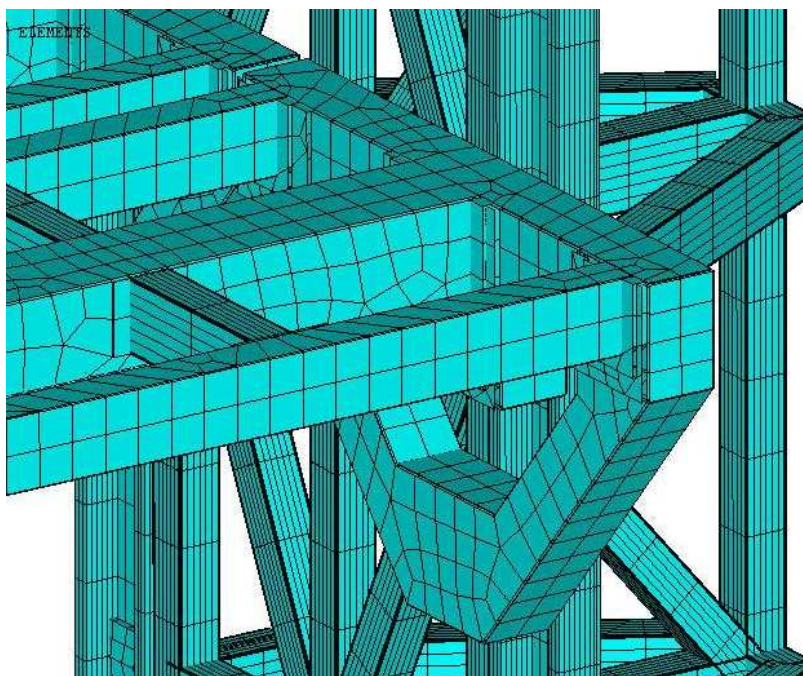
Materiál konstrukčních dílců je ocel s vlastnostmi  $E = 210\,000\text{ MPa}$  a  $\mu = 0,3$ . ( $E$  –

modul pružnosti materiálu v tahu,  $\mu$  – Poissonova konstanta). Na lavicích je umístěna část ze dřeva, která má materiálové vlastnosti  $E = 10\,000\text{ MPa}$  a  $\mu = 0,2$  [7].

Na spodní části sloupů byly zachyceny posuvy v osách  $x$ ,  $y$  a  $z$  (na obr. 6 vyznačeno červeně). S přihlédnutím ke způsobu provedení ukotvení sloupů k základové ocelové konstrukci nebyly v modelu odebrány rotace. Na základě kap. 3.1.2 a 3.1.3 byl pro obě lavice v místě jejich podepření odebrán posuv ve svislé ose (tedy v ose  $z$ ).



Obrázek 6 Zachycení posuvů



Obrázek 7 Konečno prvkový model

Celkový počet prvků je 12 726 a celkový počet uzlů je 33 662.

## 4.3 Výsledky modální analýzy

### 4.3.1 Zatížené lavice ve stejné poloze

Symetricky umístěné zatížení o velikosti 1000kg uprostřed lavic. Lavice byly umístěny ve výšce 1,7m.

Vlivem linearizace modelu popsaném v kap. 3 byly sestaveny tři modely, na kterých bylo zjištěno patnáct vlastních frekvencí a vlastních tvarů uvedených v tab. 2. Z těchto výsledků byla sestavena posloupnost deseti vlastních tvarů blížících se co nejvíce skutečným tvarům kmitání mechanismu.

| Číslo tvaru | Coupling všude |                                    | Coupling do kříže |                                    | Coupling rovnoběžně |                                   |
|-------------|----------------|------------------------------------|-------------------|------------------------------------|---------------------|-----------------------------------|
|             | Frekvence [Hz] | Popis                              | Frekvence [Hz]    | Popis                              | Frekvence [Hz]      | Popis                             |
| 1.          | 7,232          | <del>torze sloupů společně</del>   | 6,467             | torze sloupu na levé straně        | 5,407               | torze sloupu na pravé straně      |
| 2.          | 7,684          | torze lavic společně               | 6,495             | torze sloupu na levé straně        | 7,684               | torze lavic společně              |
| 3.          | 8,842          | torze lavic proti sobě             | 7,685             | torze lavic společně               | 8,84                | torze lavic proti sobě            |
| 4.          | 10,715         | ohyb lavice serapid                | 8,842             | torze lavic proti sobě             | 8,969               | ohyb sloupu na pravé straně       |
| 5.          | 11,732         | ohyb sloupů společně               | 10,713            | ohyb lavice serapid                | 10,715              | ohyb lavice serapid               |
| 6.          | 12,349         | ohyb lavice spiralift              | 12,348            | ohyb lavice spiralift              | 12,348              | ohyb lavice spiralift             |
| 7.          | 26,72          | ohyb sloupu na pravé straně        | 22,001            | torze sloupu na pravé straně       | 17,389              | torze sloupu na levé straně       |
| 8.          | 28,538         | ohyb sloupu na levé straně         | 22,245            | torze sloupu na levé straně        | 25,169              | ohyb sloupu na levé straně        |
| 9.          | 34,381         | <del>torze sloupů proti sobě</del> | 27,216            | ohyb a krut sloupu na pravé straně | 26,72               | ohyb sloupu na pravé straně       |
| 10.         | 34,787         | <del>torze sloupů proti sobě</del> | 29,24             | ohyb sloupu na levé straně         | 29,552              | ohyb a krut sloupu na levé straně |
| 11.         | 39,064         | torze sloupů proti sobě            | 35,804            | torze sloupu na pravé straně       | 35,73               | torze sloupu na pravé straně      |
| 12.         | 43,665         | ohyb sloupů proti sobě             | 36,379            | torze sloupu na levé straně        | 36,32               | ohyb sloupu na pravé straně       |

|     |        |                          |        |                          |        |                          |
|-----|--------|--------------------------|--------|--------------------------|--------|--------------------------|
| 13. | 45,366 | zvlnění lavice spiralift | 44,869 | zvlnění lavice spiralift | 44,704 | zvlnění lavice spiralift |
| 14. | 47,732 | zvlnění lavice serapid   | 46,734 | zvlnění lavice serapid   | 47,229 | zvlnění lavice serapid   |
| 15. | 48,62  | torze lavic proti sobě   | 48,567 | torze lavic proti sobě   | 48,577 | torze lavic proti sobě   |

**Tabulka 2 Vlastní tvary jednotlivých kombinací couplingu**

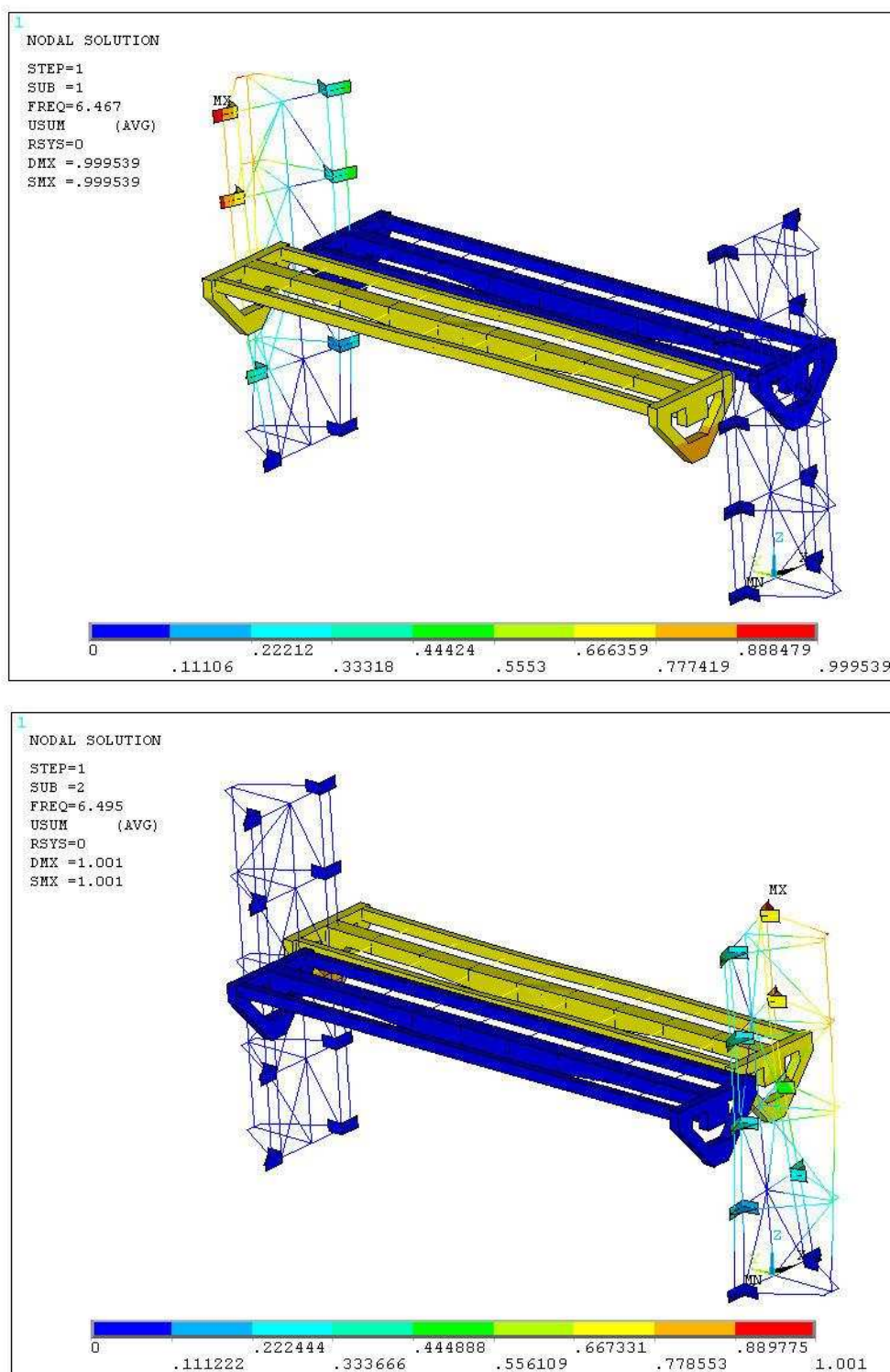
Ve sloupci popis, je uvedeno například ohyb sloupu na levé straně, je myšleno umístění sloupu v obrázku, příslušející danému vlastnímu tvaru. Přeskrtnuté vlastní tvary u skutečné konstrukce nenastanou a jsou výsledkem užití linearizace modelu. Tyto tvary byly nahrazeny odpovídajícími tvary zjištěnými pro jinou linearizaci modelu (v tab. 2 jsou označeny stejnou barvou). Přehled tvarů blížících se co nejvíce reálným tvarům mechanismu jsou uvedeny v tab. 3.

| Číslo tvaru | Frekvence [Hz] | Popis  |
|-------------|----------------|--|
| 1.          | 6,5            | Torze sloupů kolem svislé osy a posun lavic.   |
| 2.          | 7,684          | Torze lavic kolem podélné osy, obě kmitají současně ve stejném směru.                      |
| 3.          | 8,842          | Torze lavic kolem podélné osy, kmitají navzájem proti sobě.                                |
| 4.          | 8,969          | Ohyb pravého sloupu v podélné ose.   |
| 5.          | 10,715         | Ohyb lavice serapid.   |
| 6.          | 12,349         | Ohyb lavice spiralift.   |
| 7.          | 26,72          | Ohyb pravého sloupu v příčném směru.   |
| 8.          | 28,538         | Ohyb levého sloupu v příčném směru.  |
| 9.          | 35,73          | Torze pravého sloupu kolem svislé osy. Zvlnění lavic v podélném směru.                     |
| 10.         | 36,32          | Ohyb pravého sloupu v podélné ose, torze kolem svislé osy. Zvlnění lavic v podélném směru. |

**Tabulka 3 Posloupnost reálných tvarů**

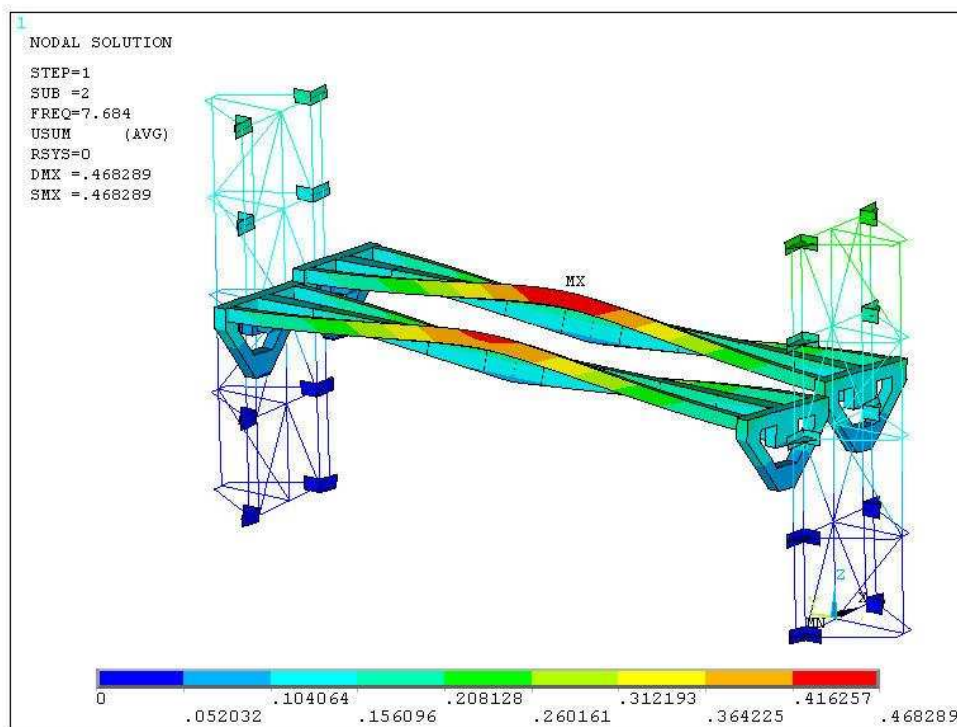
Budou vedeny obrázky prvních dvou tvarů, odpovídající tab. 3. Zbytek bude umístěn v přílohách.





Obrázek 8 První vlastní tvar mechanismu

Na prvním vlastním tvaru se největší mírou podílí torzní deformace sloupů, vlivem které dochází k vodorovnému pohybu plošin. Při tomto pohybu plošin vznikají v modelové variantě „coupling všude“ ve vazbách lavice-kolejnice tahové síly. Vzniklý stav je ve skutečnosti nereálný, a proto došlo k nahrazení původního tvaru odpovídajícím tvarem z linearizace „coupling do kříže“, viz tab. 2. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí cca 6,5 Hz.



Obrázek 9 Druhý vlastní tvar

Při druhém vlastním tvaru dochází k torzi lavic. Nastává kolem podélné osy, u obou lavic současně ve stejném směru. Torze má za následek ohyb sloupů v příčném směru. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí cca. 7,7 Hz.

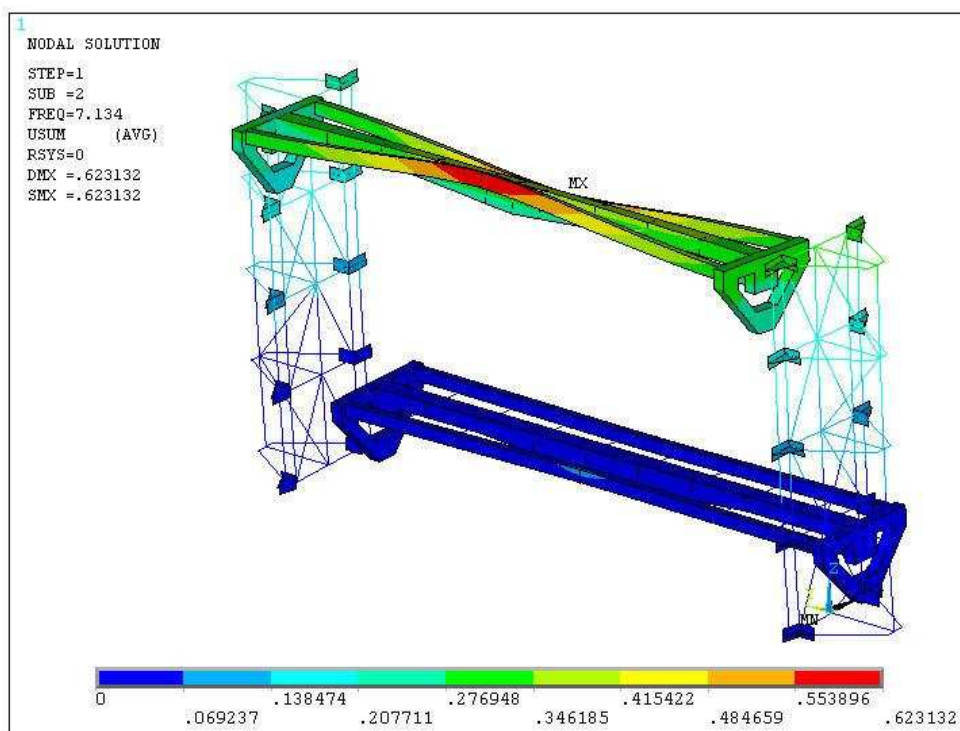
#### 4.3.2 Zatížené lavice v různé poloze

Výpočet byl proveden pro symetricky zatížené lavice o velikosti 1000 kg. Jedna lavice je v horní a druhá v dolní poloze. Výsledky jsou uvedeny v tab.4.

V prvním vlastním tvaru dochází k přenosu tahové síly, a tudíž není reálný. Z tohoto důvodu je na obr. 10 je zobrazen druhý vlastní tvar. Kde dochází k torzi horní lavice (spiralift). Torze má za následek ohyb sloupů v příčném směru. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí cca. 7 Hz.

| Číslo tvaru | Frekvence [Hz] | Popis   |
|-------------|----------------|---|
| 1.          | 6.027          | Torze sloupů, posun horní lavice.                             |
| 2.          | 7,134          | Torze horní lavice (spiralift), ohyb sloupů v příčném směru.  |
| 3.          | 8,587          | Torze dolní lavice (serapid).                                 |
| 4.          | 10,718         | Ohyb dolní lavice (serapid).                                  |
| 5.          | 12,344         | Ohyb horní lavice (spiralift).                                |
| 6.          | 15,416         | Torze sloupů kolem svislé osy, zvlnění dolní lavice.          |
| 7.          | 22,877         | Ohyb a torze pravého sloupu, zvlnění dolní lavice.            |
| 8.          | 23,477         | Ohyb a torze levého sloupu.                                   |
| 9.          | 24,74          | Ohyb a torze pravého sloupu , torze horní lavice (spiralift). |
| 10.         | 26,227         | Ohyb a torze levého sloupu, torze horní lavice (spiralift).   |

Tabulka 4 Vlastní tvary



Obrázek 10 Druhý vlastní tvar



### 4.3.3 Porovnání výsledků výpočtů

Získané výsledky z kap. 4.3.2 a 4.3.3 byly srovnány, za účelem zjistit jak moc se liší frekvence stejných tvarů při různých polohách mechanismu. Byly srovnány příslušné ohybové tvary lavic. Výsledky srovnání jsou uvedeny v tab.5.

| sejná poloha lavic |                       | různá poloha lavic |                               | rozdíl [%] |
|--------------------|-----------------------|--------------------|-------------------------------|------------|
| frekvence [Hz]     | popis                 | frekvence [Hz]     | popis                         |            |
| 10,715             | ohyb lavice serapid   | 10,718             | ohyb dolní lavice (serapid)   | 0,028 %    |
| 12,349             | ohyb lavice spiralift | 12,344             | ohyb horní lavice (spiralift) | 0,04 %     |

**Tabulka 5 Porovnání výsledků ohybových tvarů lavic**

Z výsledků v tabulce plyne, že pro ohybový tvar lavic se frekvence liší v řádu setin. Z toho vyplývá, že na první ohybový tvar lavic nemá vliv jejich umístění.

Dále byly porovnány tvary, kde dochází k deformaci sloupů. Výsledky jsou uvedeny v tab.6.

| sejná poloha lavic |                                     | různá poloha lavic |   | rozdíl [%] |
|--------------------|-------------------------------------|--------------------|---|------------|
| frekvence [Hz]     | popis                               | frekvence [Hz]     | popis   |            |
| 6,5                | Torze sloupů a posun lavic          | 6,027              | Torze sloupů, posun horní lavice                            | 7,3%       |
| 35,73              | Torze pravého sloupu, zvlnění lavic | 24,74              | Ohyb a torze pravého sloupu, torze horní lavice (spiralift) | 30,8%      |

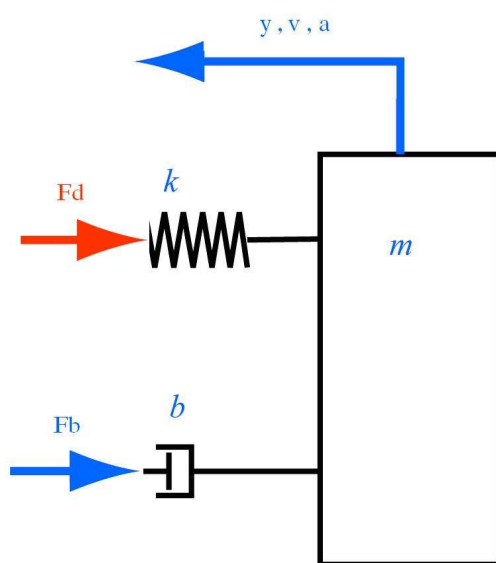
**Tabulka 6 Porovnání výsledků deformačních tvarů sloupů**

Z výsledků v tabulce plyne, že rozdíly jednotlivých deformačních tvarů sloupů se liší mnohem více než ohybové tvary lavic. Dále z výsledků vyplývá, že, umístění lavic nemá vliv na první ohybový tvar lavic, protože se frekvence liší v řádu setin. Má ale vliv na frekvence sloupů. Kde se frekvence liší u prvního torzního tvaru o cca.7%, a u druhého o cca. 30%.

## 5 Analytická studie dynamiky přechodového děje mechanismu

Analýza byla provedena v přechodovém stavu plošiny při havarijním zastavení (zrychlení  $1000\text{mm/s}^2$ ), kdy dochází k buzení soustavy vlivem zastavení plošiny z ustálené rychlosti  $200\text{mm/s}$ .

Na základě kinematické analýzy popsané v kap. 3 byla úloha převedena na řešení tlumené soustavy s jedním stupněm volnosti, které postihuje nejvýznamnější poddajnost konstrukce, tj. první ohybový tvar kmitání lavic. Obsahuje pružinu o tuhosti  $k$ , viskózní tlumič o koeficientu tlumení  $b$  a těleso o hmotnosti  $m$  [4].



Obrázek 11

Pohybová rovnice pro jeden stupeň volnosti s tlumením má tvar:

$$m \cdot \ddot{x} = -F_b - F_d \quad (1)$$

$$\text{Kde: } F_d \text{ je direkční síla} \quad F_d = k \cdot \Delta = k \cdot (y - y_z) \quad (2)$$

$$F_b \text{ je tlumicí síla} \quad F_b = b \cdot v_v = b \cdot (v - v_z) \quad (3)$$

$$k \text{ je tuhost pružiny} \quad k = \frac{F}{y} \quad [\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}] \quad (4)$$

$$b \text{ je koeficient tlumení} \quad [\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1} = \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (5)$$

Tlumicí síla  $F_b$  se předpokládá úměrná rychlosti pohybu [4].

Po dosazení a roznásobení má pohybová rovnice tvar:

$$m \cdot \ddot{x} = -b \cdot (v - v_z) - k \cdot (y - y_z) \quad (6)$$

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot y + b \cdot v = k \cdot y_z + b \cdot v_z \quad (7)$$

Pohybová rovnice (7) je nehomogenní. Řešení se skládá z homogenní a partikulární části.

$$y = y_p + y_h \quad (8)$$

### Řešení partikulární složky:

Pohybová rovnice (7) nemá nulovou pravou stranu.

Řešení vychází z rovnoměrně zpomaleného pohybu, pro který známe z kinematiky vztahy:

$$y_z = y_p \quad (9)$$

$$v = -a \cdot t + v_0 \quad (10)$$

$$y_p = -\frac{1}{2} \cdot a_z \cdot t^2 + v_0 \cdot t + y_0 \quad (11)$$

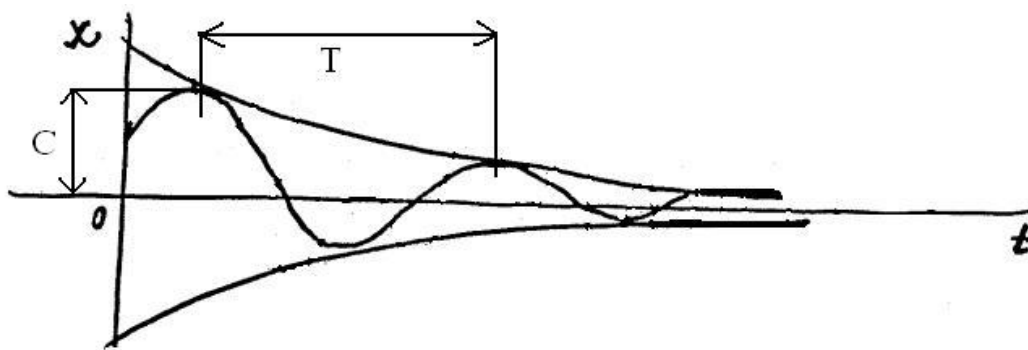
### Řešení homogenní složky:

Řešení pohybové rovnice (7), má pravou stranu nulovou.

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot y + b \cdot v = 0 \quad (12)$$

Homogenní složka je vlastní kmitání, které je vždy tlumené, (pouze když je tlumení malé, je možno ho zanedbat). Toto vlastní kmitání se po určité době utlumí [6].

$$y_h(t) = e^{-\delta t} \cdot [A \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) + B \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t)] \quad (13)$$



Obrázek 12

Na obr. 12 značí  $C$  amplitudu kmitání a  $T$  je perioda kmitání, což je doba jednoho kmitu.

Derivací  $y_h(t)$  podle času dostaneme vztah pro rychlost:

$$\begin{aligned}
 v_h &= \dot{y}_h = \\
 &= e^{-\delta \cdot t} \cdot (-\delta) \cdot [(A \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) + B \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t))] + e^{-\delta \cdot t} \cdot [-A \cdot \Omega_0 \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t) + B \cdot \Omega_0 \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t)]
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

kde  $A$  a  $B$  jsou integrační konstanty, které určíme z počátečních podmínek:

$$A = y_0 \tag{15}$$

$$B = \frac{v_0 + A \cdot \delta}{\Omega} \tag{16}$$

|                     |  |      |
|---------------------|--|------|
| konstanta doznívání | $\delta = \frac{b}{2 \cdot m} \text{ [s}^{-1}\text{]}$ | (17) |
|---------------------|--|------|

|                   |   |      |
|-------------------|---|------|
| kruhová frekvence | $\Omega = \sqrt{\Omega_0^2 - \delta^2} \text{ [s}^{-1}\text{]}$ | (18) |
|-------------------|---|------|

Další veličiny popisující kmitavý pohyb:

|                           |   |      |
|---------------------------|---|------|
| vlastní kruhová frekvence | $\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ [s}^{-1}\text{]}$ | (19) |
|---------------------------|---|------|

|         |  |      |
|---------|--|------|
| perioda | $T = \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot \pi}{\Omega_0} \text{ [s]}$ | (20) |
|---------|--|------|

$$\text{vlastní frekvence} \quad f = \frac{\Omega_0}{2 \cdot \pi} \quad [\text{Hz}] \quad (21)$$

Cílem homogenního řešení je získat amplitudu kmitání  $C$ :

$$\text{amplituda} \quad C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad [\text{m}] \quad (22)$$

## 5.1 Početní řešení přechodového děje

### Znamé hodnoty

|                       |                             |
|-----------------------|-----------------------------|
| počáteční rychlost    | $v_0 = 200 \text{ mm/s}$    |
| počáteční čas         | $t_0 = 0,2 \text{ s}$       |
| počáteční výchylka    | $y_0 = 0 \text{ mm}$        |
| zrychlení             | $a = 1000 \text{ mm/s}^2$   |
| hmotnost              | $m = 1000 \text{ kg}$       |
| síla                  | $F = 9810 \text{ N}$        |
| deformace od zatížení | $y_{oh} = 2,241 \text{ mm}$ |

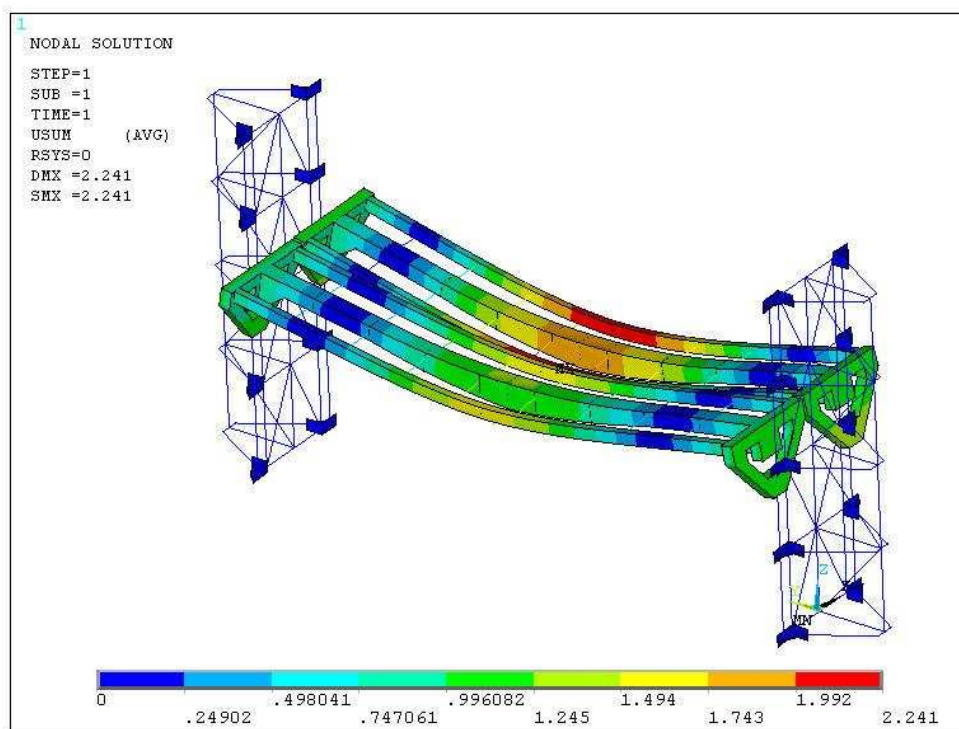
Tabulka 7 Znamé hodnoty

### 5.1.1 Výpočet statické deformace lavic

Hodnota  $y_{oh}$  je deformace vyvolaná zatížením tisíc kilogramů a vlastní tíhou. Její výpočet byl proveden v programu Ansys jako statická analýza. Bylo využito stejného modelu jako při výpočtu modální analýzy, s rozdílem započítání vlastní tíhy.

Z obr.13 je patrné, že maximální deformace v ohybu nastane pod zatížením, tedy uprostřed lavice serapid. Její velikost je 2,241 mm.

Cílem bylo zjistit  $y_{oh}$ , které je potřebné pro výpočet tuhosti  $k$ .



Obrázek 13

### 5.1.2 Pohybová rovnice

Na základě kap. 3, bude pohybová rovnice (7) upravena. Koeficient tlumení se blíží nule a bude zanedbán. Pohybová rovnice dostane tvar:

$$m \cdot \ddot{x} + k \cdot y = k \cdot y_z$$

Jak již bylo zmíněno výše, řešení má homogenní a partikulární složku.

#### 5.1.2.1 Řešení homogenní složky

Spočítanou hodnotu  $y_{oh}$  dosadím do vzorce (4), a spočítám tuhost.

$$k = \frac{F}{y_{oh}} = \frac{9810}{2,241} = 4378 \text{ N/mm}$$

Dosazením tuhosti do vzorce (16) získám vlastní kruhovou frekvenci. Vzhledem k zanedbání koeficientu tlumení se zanedbává i konstanta dozínování. To znamená že vlastní kruhová frekvence se rovná kruhové frekvenci  $\Omega_0 = \Omega$ .

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4378}{1}} = 66,163 \text{ s}^{-1}$$

Dosazením vlastní kruhové frekvence do vzorce (18) dostanu vlastní frekvenci.

$$f = \frac{\Omega_0}{2 \cdot \pi} = \frac{66,163}{2 \cdot \pi} = 10,53 \text{ Hz}$$

Z výsledku je patrné, že odpovídá prvnímu ohybovému tvaru lavice z výpočtu modální analýzy uvedené v tab.2.

Dosazením do vzorce (17) získám výpočet periody  $T$ . Což je doba jednoho kmitu.

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2 \cdot \pi}{\Omega_0} = \frac{2 \cdot \pi}{66,163} = 0,095 \text{ s}$$

Dále potřebuji znát integrační konstanty  $A$ ,  $B$ . Pro jejich zjištění využiji vzorce (12), (13):

$$A = y_0 = 0 \text{ mm}$$

Po zanedbání koeficientu tlumení dostane integrační konstanta  $B$  tvar.

$$B = \frac{v_0}{\Omega_0} = \frac{200}{66,163} = 3,023 \text{ mm}$$

Nyní lze zjistit amplitudu  $C$  dosazením do vzorce (19).

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{0^2 + 3,023^2} = 3,023 \text{ mm}$$

Dosazením do vzorce (13) spočítám výchylku v čase 0,2s. Jak již bylo psáno výše, koeficient tlumení  $b$  se blíží nule, takže imaginární část se bude rovnat jedničce. U výpočtu rychlosti nastává stejná situace.

$$y_h(t) = A \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) + B \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t) = 0 \cdot \cos(66,163 \cdot 0,2) + 3,023 \cdot \sin(66,163 \cdot 0,2) = 1,868 \text{ mm}$$

Pro výpočet rychlosti použiji vzorec (14).

$$\begin{aligned} v_h &= \dot{y}_h = -A \cdot \Omega_0 \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t) + B \cdot \Omega_0 \cdot \cos(\Omega_0 \cdot t) = \\ &= -0 \cdot 66,163 \cdot \sin(66,163 \cdot 0,2) + 3,023 \cdot 66,163 \cdot \cos(66,163 \cdot 0,2) = 157,238 \text{ mm/s} \end{aligned}$$

Při řešení homogenní složky byly provedeny výpočty, vlastní frekvence  $f = 10,53 \text{ Hz}$ , která odpovídá prvnímu ohybovému tvaru lavice. Dále výpočet periody  $T = 0,095 \text{ s}$ . Byla spočítána amplituda s jakou budou lavice kmitat při havarijním zastavení  $C = 3,023 \text{ mm}$ . Byl proveden výpočet výchylky v čase 0,2s jejíž velikost je  $y_h(t) = 1,868 \text{ mm}$ , a rychlost v čase 0,2s s jakou budou lavice kmitat  $v = 157,238 \text{ mm/s}$ .

Partikulární řešení zde nebude prováděno, protože cílem této analýzy bylo zjistit maximální výchylku pro nejméně příznivý stav, který nastává při havarijním zastavení s koeficientem tlumení blížící se nule.

## 6 Závěr

Cílem této práce bylo dynamicky analyzovat daný mechanismus. Byla provedena modální analýza pomocí metody konečných prvků v programu ANSYS. Model byl vytvořen ve stejném programu a k nadefinování okrajových podmínek byla využita kinematická analýza mechanismu. Mechanismus obsahuje nelineární vazby, které musely být vhodným způsobem nahrazeny. K nahrazení byla využita vazbová rovnice pomocí funkce coupling. Pro linearizaci modelu bylo sestaveno několik modelů kombinujících coupling vhodným způsobem, aby při výpočtu modální analýzy nedocházelo k výskytu vlastních tvarů které ve skutečnosti nenastanou. Cílem výpočtu modální analýzy bylo sestavit posloupnost deseti vlastních tvarů, blížících se co nejvíce reálným tvarům mechanismu. Dále byla provedena analytická studie přechodového děje pro havarijní zastavení. Kde cílem bylo zjistit amplitudu kmitání lavice při tomto stavu. Na základě kinematického popisu jednotlivých členů bylo řešení provedeno jako kmitání tlumené soustavy s jedním stupněm volnosti.

Modální analýza nezatížených lavic byla provedena za účelem určení podílu tíhových a setrvačných sil. Pro zatížené lavice byla modální analýza provedena za účelem sestavení posloupnosti deseti reálných tvarů a určení frekvence prvního ohybového tvaru lavice. Ten má vlastní frekvenci 10,715Hz. Dále byla provedena modální analýza v různé poloze lavic. První ohybová frekvence lavice je 10,707Hz. Tyhle dva výsledky byly porovnány, a liší se o 0,075%. Jako další byly porovnány torzní tvary sloupů, z výsledků modální analýzy pro stejnou polohu lavic byla frekvence rovna 35,73Hz a pro různou polohu 24,74Hz. Rozdíl je 30,8%.

Dalším numerickým výpočtem byla simulace přechodového děje mechanismu. Přechodový děj byl charakterizován jako havarijní zastavení. Pro tento výpočet byl mechanismus převeden na jeden stupeň volnosti s tlumením. Bylo tak učiněno na základě kinematické analýzy. Spočítaná vlastní frekvence se rovná vlastní frekvenci prvního ohybového tvaru, zjištěné z modální analýzy.

Při analýze přechodového děje, byla získána amplituda kmitání pro nejnepříznivější stav. Její velikost je 3,023mm. Tenhle průhyb, s přihlédnutím ke vzdálenosti pohonných systémů od sebe, je velice malý. Lavice budou kmitat s průhybem tři milimetry při délce lavice cca. 3,5m.

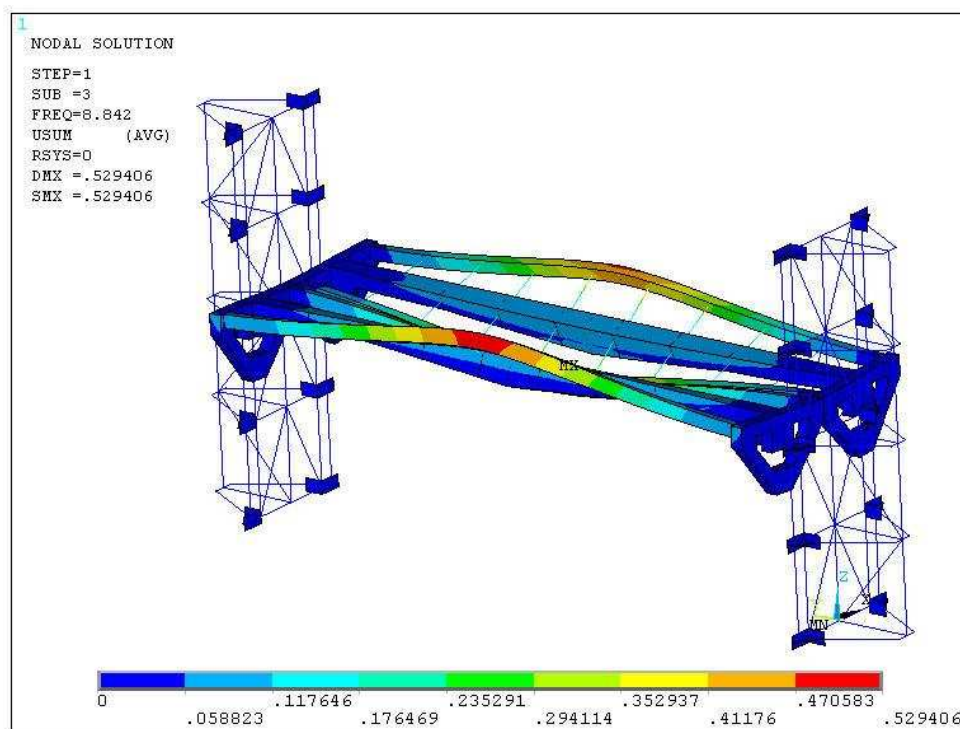


## 7 Použitá literatura

- [1] Ansys Academic Research, Release 11, Help System, Coupled Field Analysis Guide, ANSYS Inc.
- [2] BRÁT, Vladimír . *Maticové metody v analýze a syntéze prostorových vázaných mechanických systémů*. Praha : Academia, 1981. 212 s.
- [3] COOK, R. D. *Finite Element Modeling for Stress Analysis*. 1 st. edition. New York : Wiley & Sons, 1995. 320 s. ISBN 0-471 – 10774-3.
- [4] JULIŠ, K; BREPTA, R. *Mechanika 2 díl : Dynamika*. Praha : SNTL-, 1987. 684 s.
- [5] KOLÁŘ, V; NĚMEC, I; KANICKÝ, V. *FEM : Principy a praxe metody konečných prvků*. 1. Praha : Computer Press, 1997. 401 s. ISBN 80-7226-021-9.
- [6] PODEŠVA, Jiří. *Dynamika v příkladech*. Ostrava : VŠB-TUO, 2005. 194 s.
- [7] LEINVEBER, Jan; VÁVRA, Pavel. *Strojnické tabulky*. [s.l.] : ALBRA, 2009. 714 s. ISBN 978-80-7361-051-7.

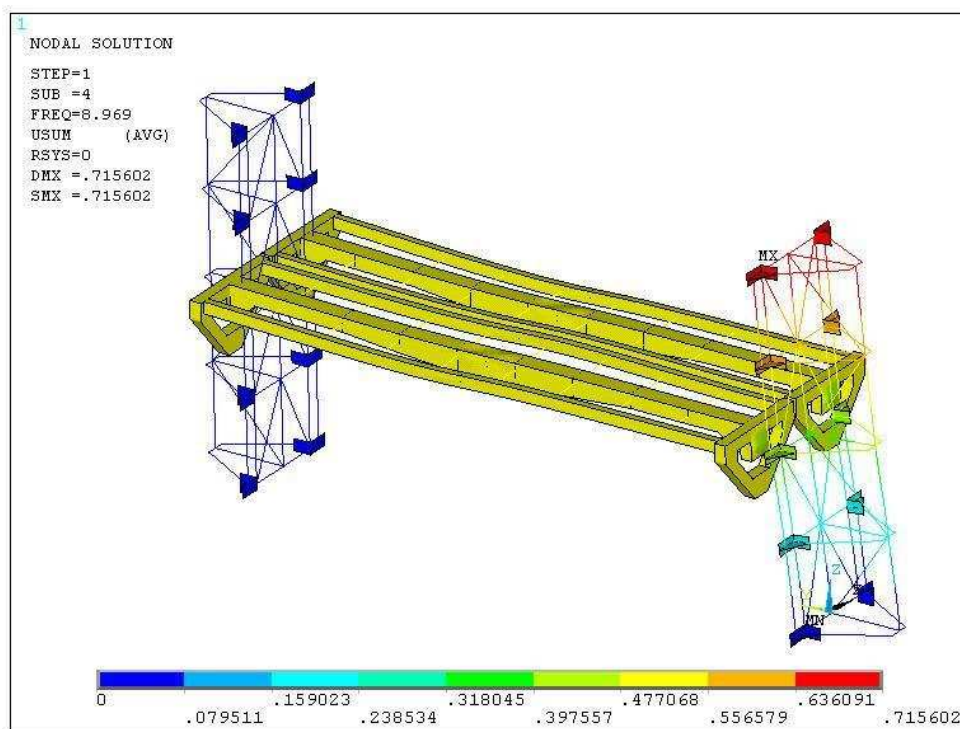
## 8 Přílohy

### 8.1 Vlastní tvary mechanismu pro stejné polohy lavic se zatížením



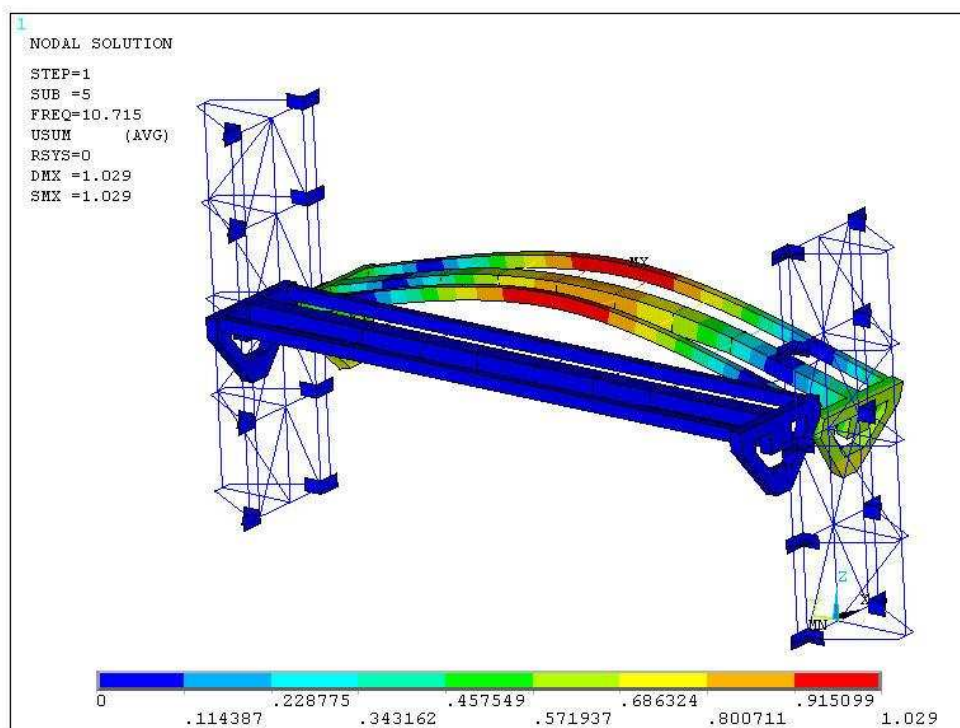
Obrázek 14 Třetí vlastní tvar

Třetí vlastní tvar je torzní. Dochází k torzi lavic proti sobě kolem podélné osy. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí cca. 8,8 Hz.



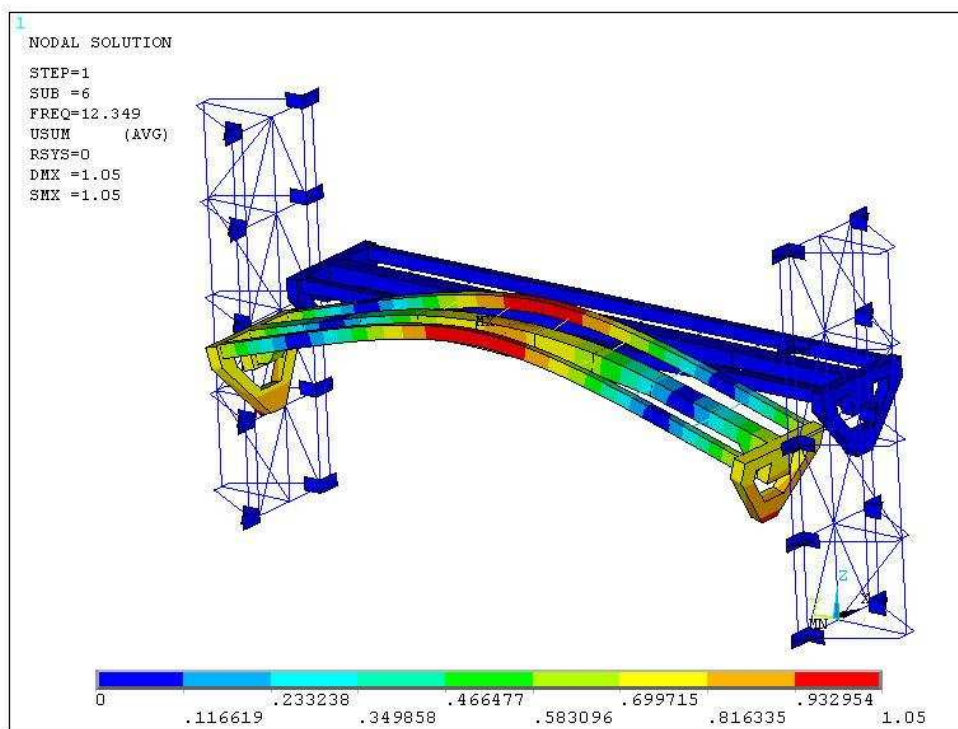
Obrázek 15 Čtvrtý vlastní tvar

Největší podíl na čtvrtém vlastním tvaru má ohyb sloupů., vlivem kterého dochází k posunu lavic. V modelové variantě coupling všude dochází k výskytu tahové síly mezi kolejnicí a lavicí. Vzniklý stav je ve skutečnosti nereálný a byl nahrazen odpovídajícím tvarem z linearizace coupling rovnoběžně, viz. tab.1. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí i cca. 9 Hz.



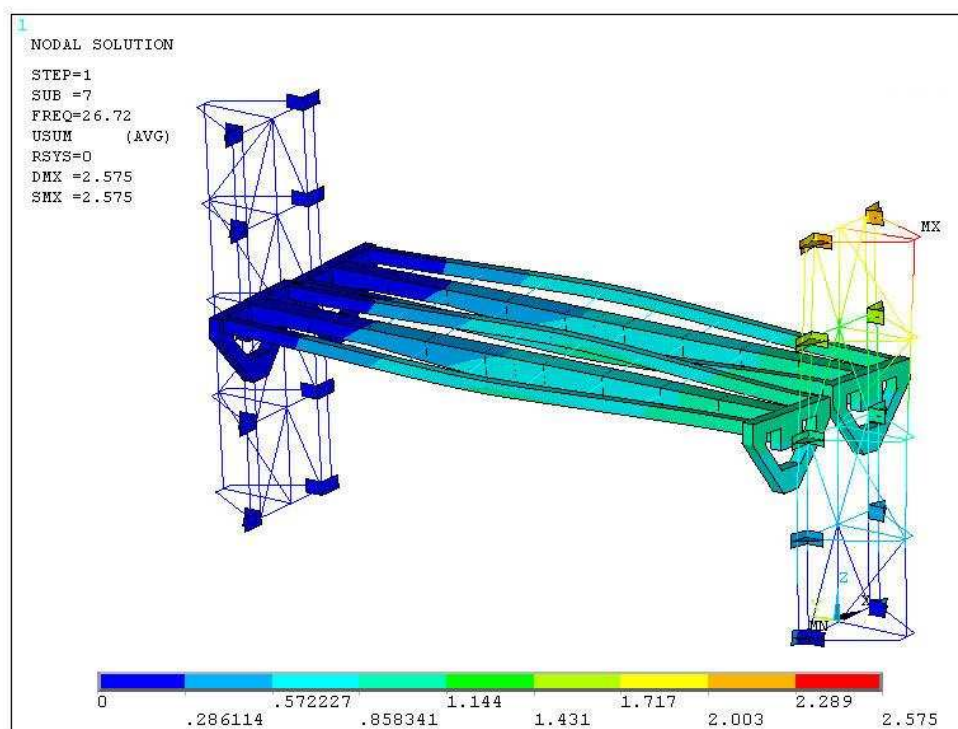
Obrázek 16 Pátý vlastní tvar

Pátý vlastní tvar je taky ohybový. Nastává na plošině Serapid. Celá soustava kmitá s vlastní frekvencí cca. 10,7 Hz.



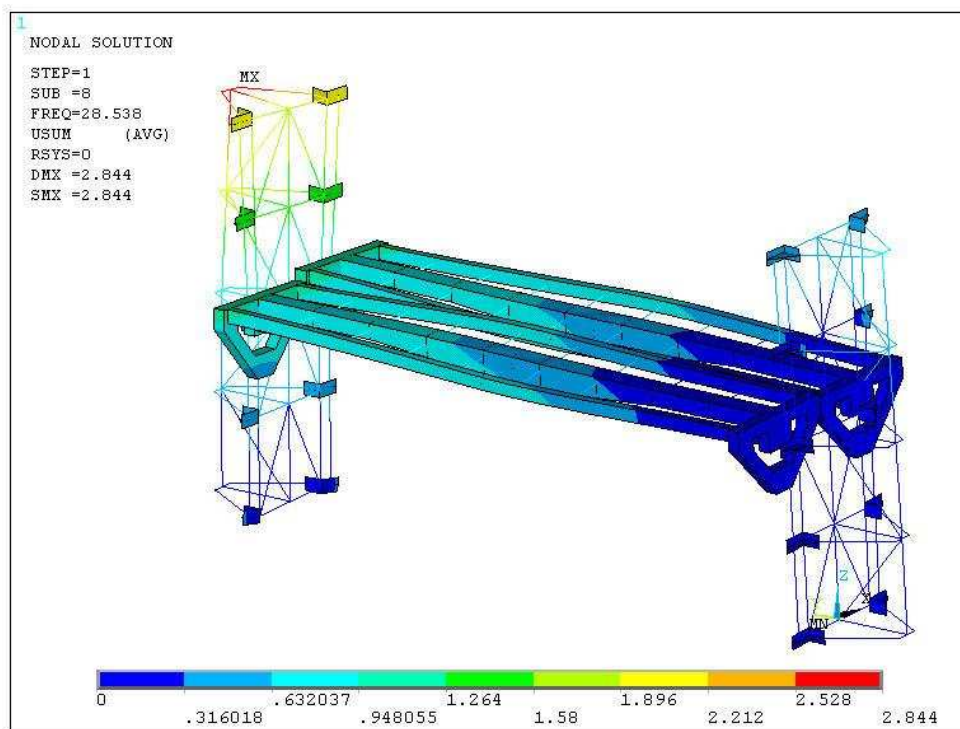
Obrázek 17 Šestý vlastní tvar

Šestý vlastní tvar je podobný pátému tvaru. Dochází k ohybu plošiny Spiralift. Soustava kmitá s vlastní frekvencí cca. 12,4 Hz.



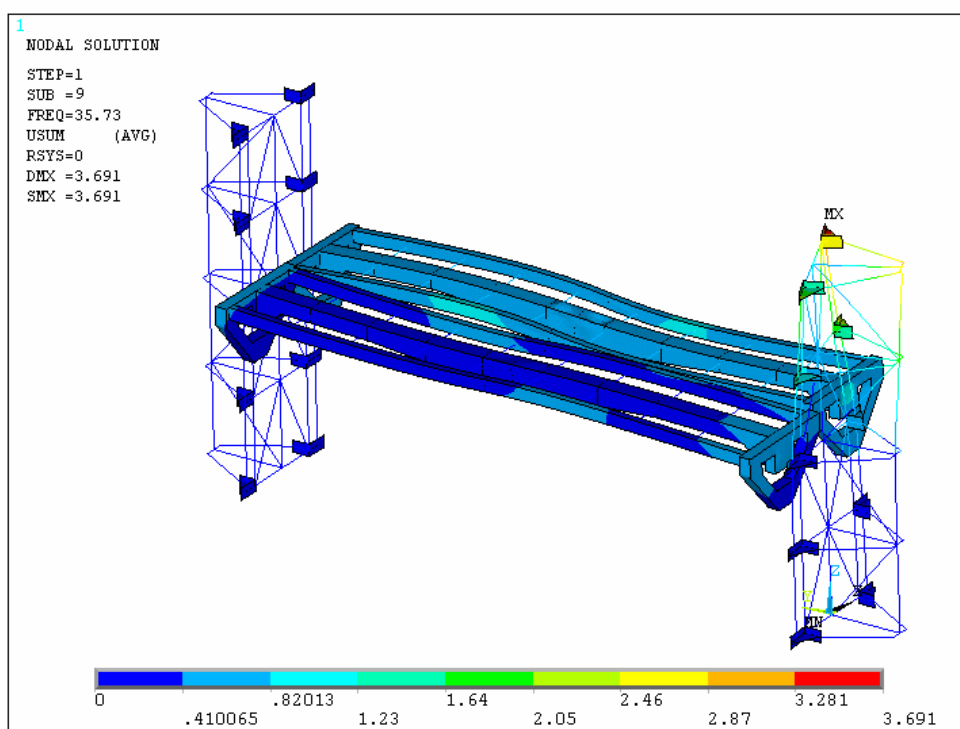
Obrázek 18 Sedmý vlastní tvar

Sedmý vlastní tvar je ohybový, kde dochází k ohybu pravého sloupu v příčném směru a tím i k ohybu lavic. Soustava kmitá s vlastní frekvencí 26,7 Hz.



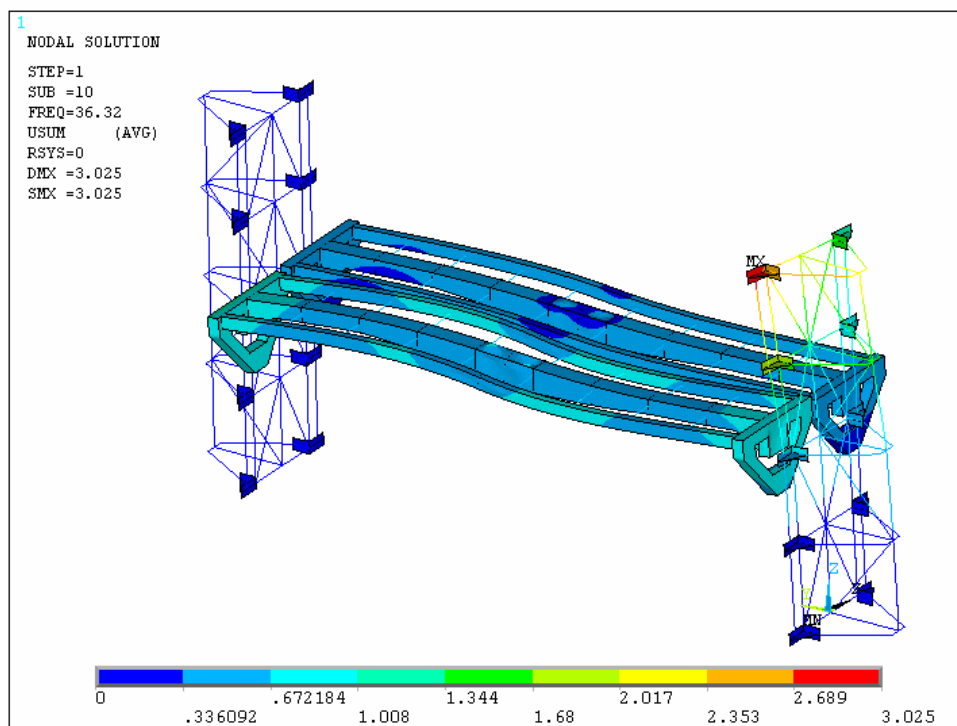
Obrázek 19 Osmý vlastní tvar

Osmý vlastní tvar je ohybový, kdy dochází k ohybu levého sloupu v příčném směru a tím i k ohybu lavic. Soustava kmitá s vlastní frekvencí 28,5 Hz.



Obrázek 20 Devátý vlastní tvar

Největší mírou se na devátém vlastním tvaru podílí torze sloupů. V modelové variantě coupling všude docházelo ve vazbách lavice – kolejnice ke vzniku tahových sil. Tento tvar je nereálný a proto byl nahrazen odpovídajícím tvarem z linearizace coupling rovnoběžně. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí cca. 29,6 Hz.



Obrázek 21 Desátý vlastní tvar

Největší mírou se na devátém vlastním tvaru podílí torze sloupů. V modelové variantě coupling všude docházelo ve vazbách lavice – kolejnice ke vzniku tahových sil. Tento tvar je nereálný a proto byl nahrazen odpovídajícím tvarem z linearizace coupling rovnoběžně. U nahrazeného tvaru dochází k ohybu pravého sloupu v podélném směru. Kvůli ohybu dochází k zvlnění lavic. Mechanismus kmitá s vlastní frekvencí cca. 36,3 Hz.

## PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu bakalářské práce ing. Janu Szwedovi PhD. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Ostravě: 21. 5. 2010

.....

(podpis            autora)